

CSILLAGÁSZATI KOORDINÁTA-RENDSZEREK

Belucz Bernadett

Csillagászati Tanszék, Eötvös Lóránd Tudományegyetem
Magyar Napfizikai Alapítvány, Gyula

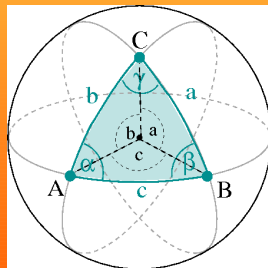


GÖMBI GEOMETRIA

- ▶ Mivel a csillagászatban használatos koordináta-rendszerek mind egy egységsugarú gömbön vannak értelmezve, bizonyos elemi számítások elvégzéséhez (a nappal hosszának kiszámítása, égitestek kelésének/nyugvásának megadása, valamint a különböző koordináta- rendszerek közötti átszámítások elvégzése) ismerni kell a gömbháromszögekre vonatkozó alapfogalmakat és trigonometrikus összefüggéseket.

GÖMBI GEOMETRIA

- ▶ A gömbök síkmetszetei körök, melyek közül azok a legnagyobbak, melyek síkja átmegy a gömb középpontján.
- ▶ **A maximális sugarú körök a gömbön a főkörök.**
- ▶ Tehát az euklideszi geometriában megjelenő egyenesek szerepét a gömbi geometriában a főkörök veszik át.
- ▶ **Gömbi egyeneseknek nevezzük a gömb főköreit.**
- ▶ **Gömbi szakaszoknak nevezzük a gömb π -nél nem hosszabb főköríveit.**
- ▶ Az A és B pontok **gömbi távolsága**, melyet $d(A, B)$ -vel jelölünk, az őket összekötő **gömbi szakasz(ok) hossza**.

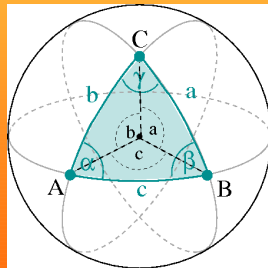


GÖMBI GEOMETRIA

- ▶ Ha az A , B , C pontok nincsenek egy főkörön, páronként egyértelműen meghatároznak egy-egy gömbi szakaszt. A három gömbi szakasz a gömböt két részre vágja. A két rész közül a kisebbiket nevezzük az ABC **gömbháromszögnek**.
- ▶ Az ABC gömbháromszög csúcsai az A , B , C pontok, oldalszakaszai az A , B , C pontokat páronként összekötő gömbi szakaszok.
- ▶ Az oldalak hosszait a szokásos módon jelöljük: $a = d(B, C)$, $b = d(A, C)$ és $c = d(A, B)$.
- ▶ Az ABC gömbháromszög szögeit definiálhatjuk az általános szabály szerint: legyen BAC szög $= \alpha$ az AB és AC főkörívek A -beli érintő félegyeneseinek szöge.
- ▶ Hasonlóan adhatjuk meg az ABC szög $= \beta$ és BCA szög $= \gamma$ szögeket.

GÖMBI GEOMETRIA

- ▶ A két szög egyenlő, akkor a szemközti oldalak is egyenlőek, egyébként a nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van.
- ▶ Bármely két oldal összege nagyobb a harmadik oldal hosszánál.
- ▶ A gömbháromszögek oldalait ívmértékben mérjük.
- ▶ A gömbháromszög egy tetszőleges oldalának hossza megegyezik annak a szögnek a mértékével melyet úgy kapunk, hogy az oldalt határoló csúcspontokat összekötjük a gömb középpontjával.



EULER-TÉTELEK

- ▶ Az oldalak összege kisebb, mint 360° . $0 < a + b + c < 360^\circ$.
- ▶ Bármely két oldal összege nagyobb, mint a harmadik oldal.
 $a + b > c$
- ▶ Bármely két oldal különbsége kisebb, mint a harmadik oldal.
 $|a - b| < c$
- ▶ A gömbháromszög belső szögeinek összege 180° és 540° között van. $180^\circ < \alpha + \beta + \gamma < 540^\circ$
- ▶ Bármely két szög összege kisebb, mint a 180° -kal megnövelt harmadik szög. $\alpha + \beta < \gamma + 180^\circ$
- ▶ Ha $a > b$, akkor $\alpha > \beta$, és ha $\alpha > \beta$, akkor $a > b$. Nagyobb oldallal szemben nagyobb szög fekszik, és viszont. Egyenlő oldalakkal szemben egyenlő szögek helyezkednek el.

GÖMBI SZINUSZ-TÉTEL

$$\sin a : \sin b : \sin c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma \quad (1)$$

GÖMBI KOSZINUSZ-TÉTEL

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos \gamma \quad (2)$$

$$\cos \gamma = -\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \cos c \quad (3)$$

AMI MÉG KELL

$$\sin a \cos \beta = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos \alpha \quad (4)$$

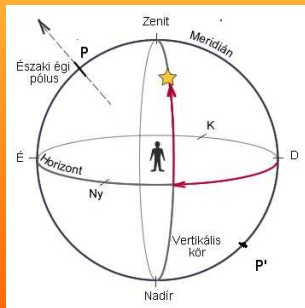
$$\sin(a) = \cos(90 - a) \quad (5)$$

$$\cos(a) = \sin(90 - a) \quad (6)$$

$$\cos(180 - a) = -\cos(a) \quad (7)$$

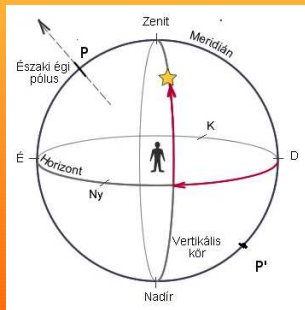
ALAPVETŐ FOGALMAK

- ▶ **Éggömb:** tetszőleges sugarú, origó középpontú gömb, melyre az égitestek helyzetét helyvektoruk mentén rávetítjük. Ez a vetületi pont az égitest **szférikus helye**.
- ▶ **Zenit, nadír:** A függőőn által kijelölt csillagászati vertikális által kitűzött két ellentétes irány.
- ▶ **Horizont (látóhatár):** A csillagászati vertikálisra merőleges, a koordináta-rendszer origóján átmenő sík, ill. az ezen sík által az éggömből kimetszett főkör.



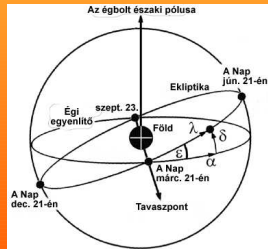
ALAPVETŐ FOGALMAK

- ▶ **Vertikális főkörök:** A zeniten és a nadíron átmenő főkörök.
- ▶ **Órakerék:** Az égi pólusokon átmenő főkörök.
- ▶ **Első vertikális kör:** A meridiánra merőleges vertikális kör. A horizontot a kelet- és a nyugatpontban metszi.
- ▶ **Meridián (délkör):** Az égi pólusokon átmenő vertikális kör, (vagy, másképpen: a zeniten és a nadíron átmenő órákörök). A horizontot az észak- és a délpontban metszi.



ALAPVETŐ FOGALMAK

- ▶ **Égi egyenlítő:** A Föld egyenlítői síkjával párhuzamos, a koordináta-rendszer origóján átmenő sík által az éggömbből kimetszett főkör. Az éggömböt északi és déli féltékére osztja.
- ▶ **Ekliptika:** A Föld Nap körüli pályájának síkjával párhuzamos, az origón átmenő sík, ill. az ezen sík által az éggömbből kimetszett főkör. A Nap egy év alatt látszólag körbejár az Ekliptikán az állócsillagokhoz képest.
- ▶ **Tavaszpont:** Az Égi egyenlítő és az Ekliptika azon metszéspontja, melyen áthaladva a Nap látszó évi mozgása során a déli félgömbről az északra lép át (március 21-én).



KOORDINÁTA-RENDSZEREK JELLEMZŐI

- ▶ Minden csillagászati koordináta-rendszer alapvető eleme az **éggömb**, mely nem más, mint a **koordináta-rendszer kezdőpontja körül egy tetszőleges sugarú gömb**, amelynek középpontja egyben a koordináta-rendszerünk középpontja is.
- ▶ Egy égitest **szférikus helyét a koordináta-rendszer kezdőpontját** az égitesttel összekötő félegyenes és a **gömbfelület metszéspontja** adja meg. A fenti eljárással minden égitestnek megfeleltethető egy hely az éggömbön.
- ▶ Leggyakrabban a következő rendszereket szoktuk választani:

KOORDINÁTA-RENDSZEREK JELLEMZŐI

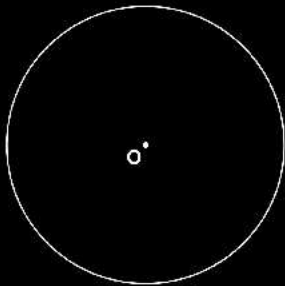
1. **Topocentrikus koordináta-rendszer** esetében az éggömb középpontja a megfigyelő szemében vagy a mérőműszerek érzékelőrendszerében van.
 2. **Geocentrikus koordináta-rendszer** esetén a középpont a Föld geometriai középpontjával esik egybe.
 3. **Heliocentrikus a koodináta-rendszer**, ha a középpontja a Nap középpontjában van.
 4. Ha a középpont valamilyen rendszer (pl. Naprendszer) tömegközéppontjában van, akkor **baricentrikus koordináta-rendszerről** beszélünk.
- A **galaktocentrikus koordináta-rendszer** középpontja a Tejútrendszer középpontjában van.

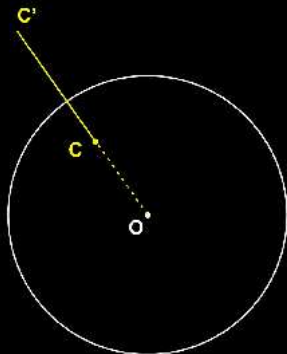
KOORDINÁTA-RENDSZEREK JELLEMZŐI

- ▶ Egy (pontoszerű) égitest szférikus helyének megadásához meg kell adjunk az éggömbhöz egy a középpontján átmenő **alapsíkot**, azon egy **kiindulási irányt**, továbbá egy **körüljárási irányt**.
- ▶ Ebben az esetben az **égitest szférikus helyét két szöggel** adhatjuk meg.
- ▶ Attól függően, hogy az éggömbön az alapsíkot és azon az alapirányt hogyan adjuk meg, beszélhetünk különböző csillagászati koordináta-rendszerekről.

HORIZONTÁLIS (AZIMUTÁLIS) KOORDINÁTARENDSZER

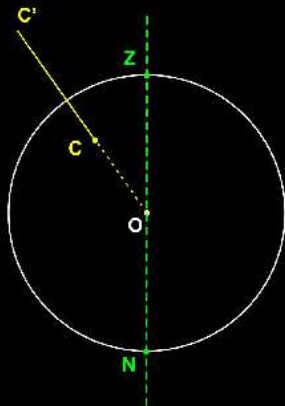
Az éggömb O középpontja egybeesik a megfigyelő helyzetével





Az éggömb O középpontja egybeesik a megfigyelő helyzetével

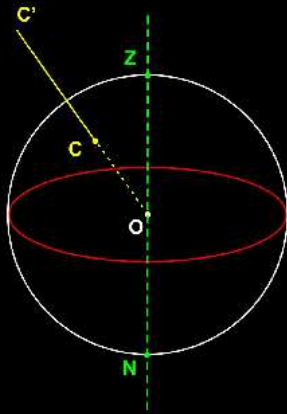
C a C' szférikus helye



Az éggömb O középpontja egybeesik a megfigyelő helyzetével

C a C' szférikus helye

A függőön iránya kimetszi a Z zenit- és N nadirpontokat

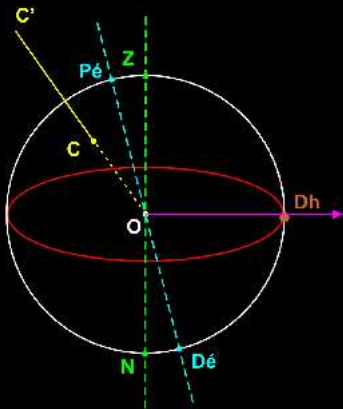


Az éggömb O középpontja egybeesik a megfigyelő helyzetével

C a C' szférikus helye

A függőn irányja kimetszi a Z zenit- és N nadirpontokat

A ZN -re O -ban merőleges sík - a horitont síkja - az éggömbből kimetszi a horizontot



Az éggömb O középpontja egybeesik a megfigyelő helyzetével

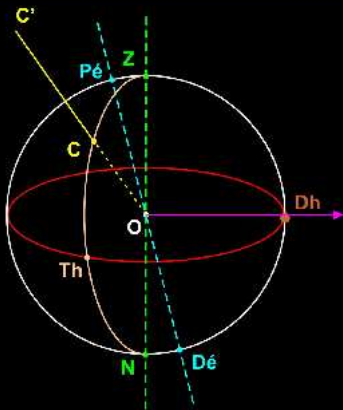
C a C' szférikus helye

A függőön iránya kimetszi a Z zenit- és N nadirpontokat

A ZN-re O-ban merőleges sík - a horitont síkja - az éggömbből kimetszi a horizontot

A Föld forgástengelyével O-n átfektett párhuzamos egyenes kimetszi a Pé és Dé északi- és déli póluspontokat

Dh a horizont délpontja, és az ODh félegyenes a koordináta-rendszer kiindulási iránya



Az éggömb O középpontja egybeesik a megfigyelő helyzetével

C a C' szférikus helye

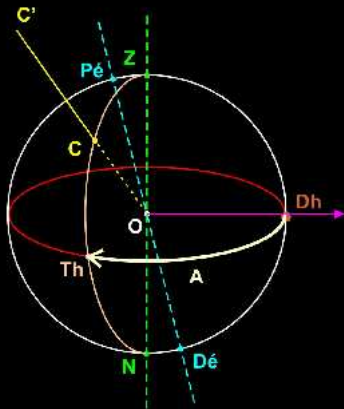
A függőön iránya kimetszi a Z zenit- és N nadirpontokat

A ZN-re O-ban merőleges sík - a horizont síkja - az éggömbből kimetszi a horizontot

A Föld forgástengelyével O-n átfektetett párhuzamos egyenes kimetszi a Pé és Dé északi- és déli póluspontokat

Dh a horizont délpontja, és az ODh félegyenes a koordináta-rendszer kiindulási iránya

Th a C égitest horizontális talppontja



Az éggömb O középpontja egybeesik a megfigyelő helyzetével

C a C' szférikus helye

A függőön iránya kimetszi a Z zenit- és N nadírpontokat

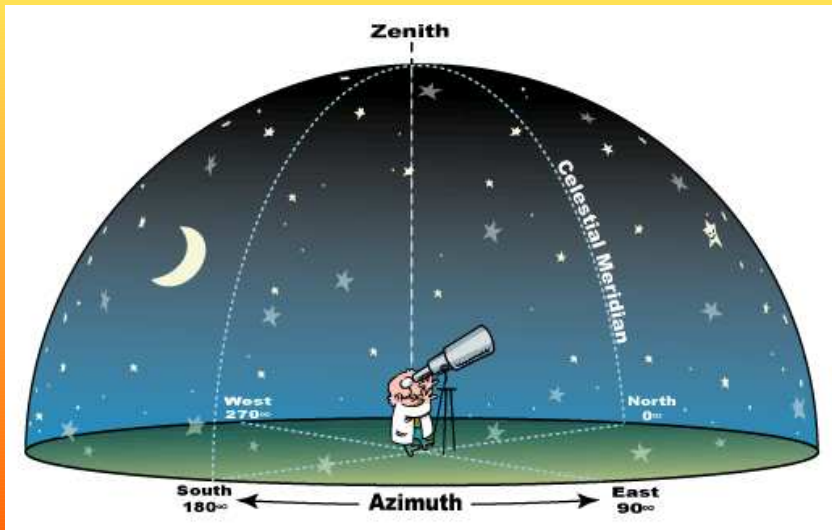
A ZN-re O-ban merőleges sík - a horizont síkja - az éggömbből kimetszi a horizontot

A Föld forgástengelyével O-n átfektett párhuzamos egyenes kimetszi a Pé és Dé északi- és déli póluspontokat

Dh a horizont délpontja, és az ODh félegyenes a koordináta-rendszer kiindulási iránya

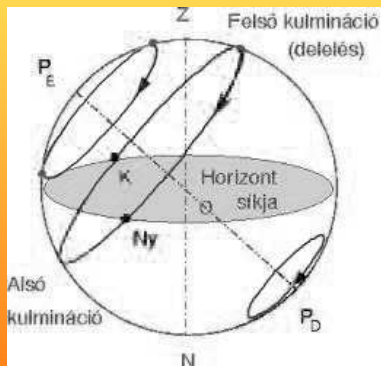
Th a C égitest horizontális talppontja

A a C égitest azimutja

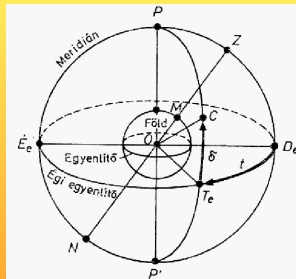


- ❖ Föld NY-K irányú tengely körüli forgása → égitestek látszólagos keletről nyugat felé olyan gömbi körökön mozognak, melyek síkjai merőlegesek a Föld forgástengelyére (és párhuzamosak az égi egyenlítő síkjával)
- ❖ megfigyelőnek a Föld felszínén elfoglalt helyzetétől függően

{	körök teljesen a horizont felett vannak	→ csillag cirkumpoláris
{	metszhetik a horizontot két pontban	→ csillag K és NY
{	teljes egészében a horizont alatt marad	→ csillag nem látható
- ❖ Kelés → horizont fölötti magassága (m) → +
- ❖ Nyugvás → horizont fölötti magassága + → -
- ❖ legnagyobb horizont fölötti magasság → **felső kulmináció** → delelés
- ❖ legkisebb horizont fölötti magasság → **alsó kulminációnak** → alsó delelés
- ❖ északi sarkon minden csillag cirkumpoláris, egyenlítőn minden csillag felkel és lenyugszik.



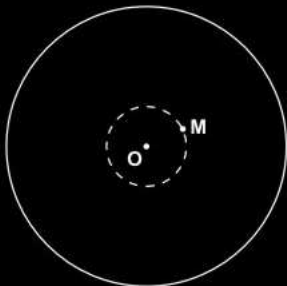
I. EGYENLÍTŐI (EKVATORIÁLIS) KOORDINÁTARENDSZER

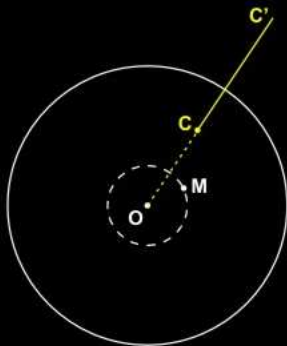


- ❖ alapsíkja az égi egyenlítő síkja, $O-M$ kimetszi az éggömbből a zenitet és a nadírt, Föld forgástengelyének meghosszabbítása a póluspontokat (P, P'), meridián kimetszi a délpontot (D_e) és az északpontot (E_e)
- ❖ $t = D_e O T_e \angle$ óraszög, $t = 0h \dots 24h$ a Föld tengely körüli forgásával ellentétesen 1 nap alatt 24h-t változik
- ❖ $\delta = T_e O C \angle$ deklináció, $\delta = -90^\circ \dots 90^\circ$, egy égitest deklinációja állandó

II. EGYENLÍTŐI (EKVATORIÁLIS) KOORDINÁTARENDSZER

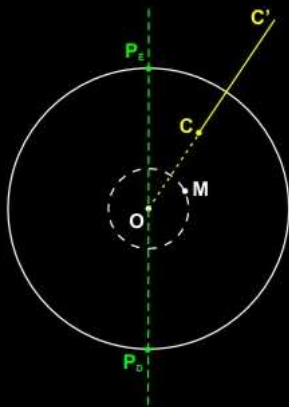
Az éggömb O középpontja egybeesik a Föld középpontjával, M a megfigyelő





Az éggömb O középpontja egybeesik a Föld középpontjával, M a megfigyelő

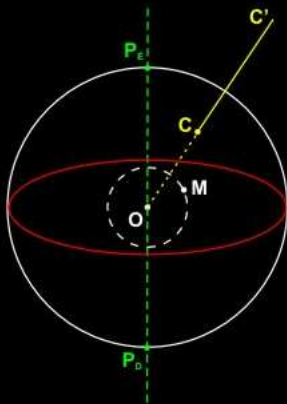
C a C' szférikus helye



Az éggömb O középpontja egybeesik a Föld középpontjával, M a megfigyelő

C a C' szférikus helye

A Föld forgástengelye kimetszi az északi és déli póluspontokat

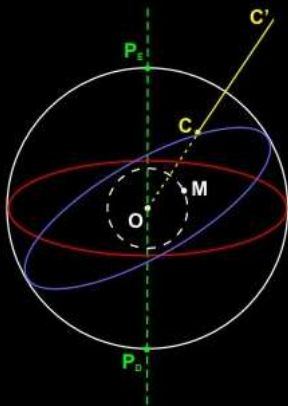


Az éggömb O középpontja egybeesik a Föld középpontjával, M a megfigyelő

C a C' szférikus helye

A Föld forgástengelye kimetszi az északi és déli póluspontokat

Az egyenlítő síkja kimetszi az éggömből az égi egyenlítőt



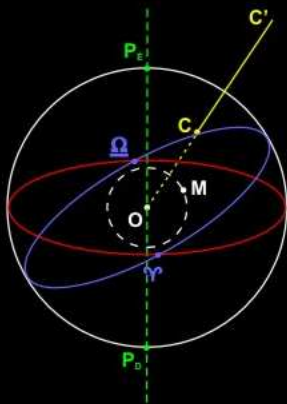
Az éggömb **O** középpontja egybeesik a Föld középpontjával, **M** a megfigyelő

C a **C'** szférikus helye

A Föld forgástengelye kimetszi az északi és déli póluspontokat

Az egyenlítő síkja kimetszi az éggömböt az égi egyenlítőt

A Nap éves mozgása kijelöli az ekliptikát



Az éggömb O középpontja egybeesik a Föld középpontjával, M a megfigyelő

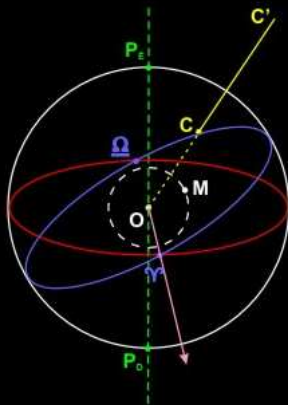
C a C' szférikus helye

A Föld forgástengelye kimetszi az északi és déli póluspontokat

Az egyenlítő síkja kimetszi az éggömböt az égi egyenlítőt

A Nap éves mozgása kijelöli az ekliptikát

Az ekliptika az égi egyenlítőt a tavasz- és őszi pontban metszi



Az éggömb O középpontja egybeesik a Föld középpontjával, M a megfigyelő

C a C' szférikus helye

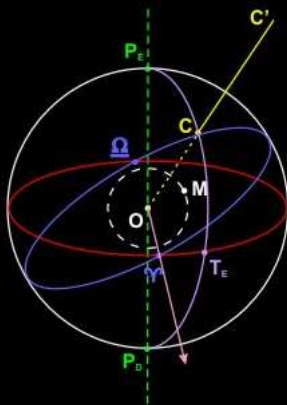
A Föld forgástengelye kimetszi az északi és déli póluspontokat

Az egyenlítő síkja kimetszi az éggömböt az égi egyenlítőt

A Nap éves mozgása kijelöli az ekliptikát

Az ekliptika az égi egyenlítőt a tavasz- és őszi pontban metszi

A középpont és a tavaszpont félegyenes a koordináta-rendszer kiindulási iránya



Az éggömb O középpontja egybeesik a Föld középpontjával, M a megfigyelő

C a C' szférikus helye

A Föld forgástengelye kimetszi az északi és déli póluspontokat

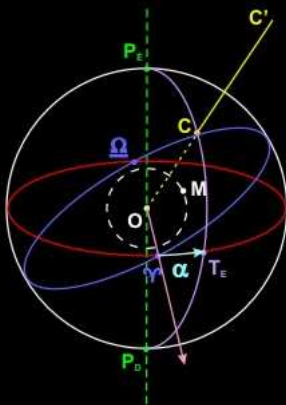
Az egyenlítő síkja kimetszi az éggömből az égi egyenlítőt

A Nap éves mozgása kijelöli az ekliptikát

Az ekliptika az égi egyenlítőt a tavasz- és őszi pontban metszi

A középpont és a tavaszpont félegyenese a koordináta-rendszer kiindulási iránya

T_E a C égitest egyenlítői talppontja



Az éggömb O középpontja egybeesik a Föld középpontjával, M a megfigyelő

C a C' szférikus helye

A Föld forgástengelye kimetszi az északi és déli póluspontokat

Az egyenlítő síkja kimetszi az éggömből az égi egyenlítőt

A Nap éves mozgása kijelöli az ekliptikát

Az ekliptika az égi egyenlítőt a tavasz- és őszi pontban metszi

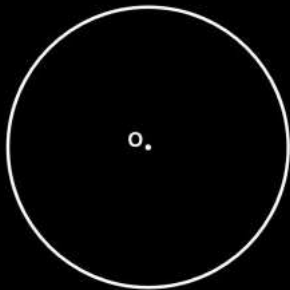
A középpont és a tavaszpont félegyenese a koordináta-rendszer kiindulási iránya

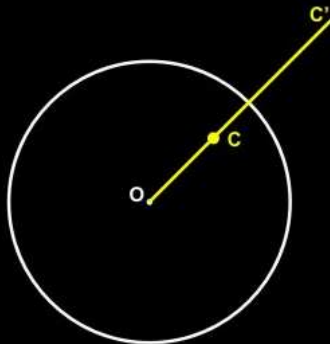
T_E a C égitest egyenlítői talppontja

α a C égitest rektaszenciója

EKLIPTIKAI KOORDINÁTARENDSZER

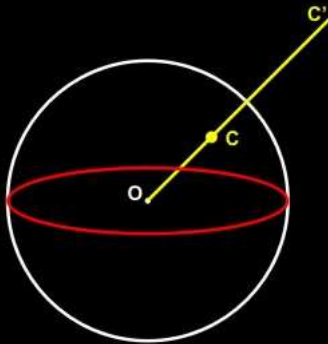
Az égigömb O középpontja egybeesik
az M megfigyelő helyzetével





Az érigömb O középpontja egybeesik az M megfigyelő helyzetével

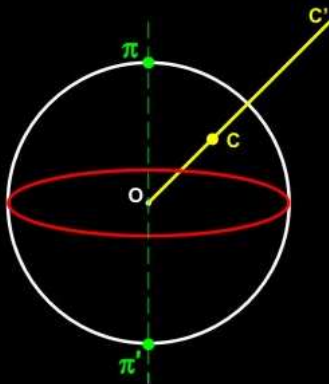
C a C' égitest szférikus helye



Az érigömb O középpontja egybeesik az M megfigyelő helyzetével

C a C' égitest szférikus helye

Az O -n keresztül a Föld keringési síkjával vett párhuzamos sík kimetszi az ekliptikát

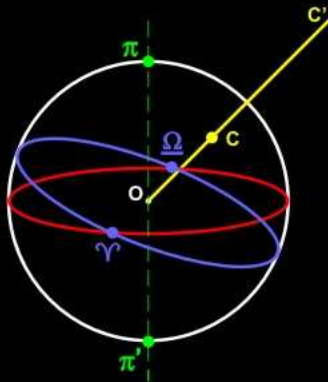


Az érigömb O középpontja egybeesik az M megfigyelő helyzetével

C a C' égitest szférikus helye

Az O-n keresztül a Föld keringési síkjával vett párhuzamos sík kimetszi az ekliptikát

Az ekliptika síkjára O-ban állított merőleges egyenes kimetszi az ekliptika pólusait



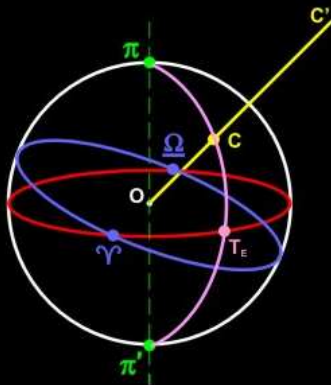
Az égi gömb O középpontja egybeesik az M megfigyelő helyzetével

C a C' égitest szférikus helye

Az O-n keresztül a Föld keringési síkjával vett párhuzamos sík kimetszi az ekliptikát

Az ekliptika síkjára O-ban állított merőleges egyenes kimetszi az ekliptika pólusait

Az egyenlítő és az ekliptika a tavasz- és az őszi pontban metszik egymást



Az égi gömb O középpontja egybeesik az M megfigyelő helyzetével

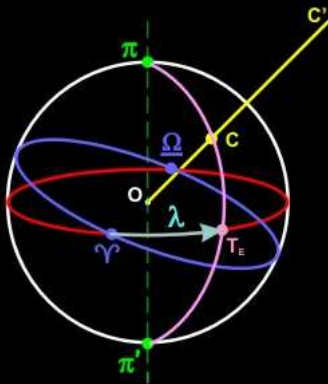
C a C' égitest szférikus helye

Az O -n keresztül a Föld keringési síkjával vett párhuzamos sík kimetszi az ekliptikát

Az ekliptika síkjára O -ban állított merőleges egyenes kimetszi az ekliptika pólusait

Az egyenlítő és az ekliptika a tavasz- és az őszi pontban metszik egymást

T_E a C égitest ekliptikai talppontja



Az égitest O középpontja egybeesik az M megfigyelő helyzetével

C a C' égitest szférikus helye

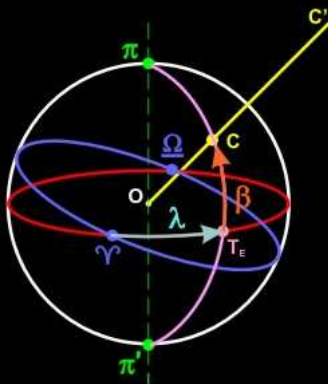
Az O-n keresztül a Föld keringési síkjával vett párhuzamos sík kimetszi az ekliptikát

Az ekliptika síkjára O-ban állított merőleges egyenes kimetszi az ekliptika pólusait

Az egyenlítő és az ekliptika a tavasz- és az őszi pontban metszik egymást

T_E a C égitest ekliptikai talppontja

λ a C égitest ekliptikai hosszúsága



Az égi gömb O középpontja egybeesik az M megfigyelő helyzetével

C a C' égitest szférikus helye

Az O -n keresztül a Föld keringési síkjával vett párhuzamos sík kimetszi az ekliptikát

Az ekliptika síkjára O -ban állított merőleges egyenes kimetszi az ekliptika pólusait

Az egyenlítő és az ekliptika a tavasz- és az őszi pontban metszik egymást

T_E a C égitest ekliptikai talppontja

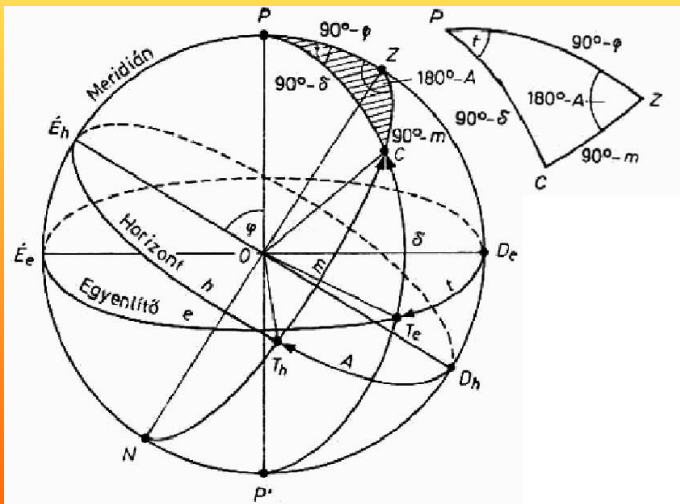
λ a C égitest ekliptikai hosszúsága

β a C égitest ekliptikai szélessége

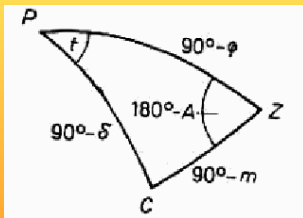
Rendszer	Alapsík	Koordináták	Koor. egység
Horizontális	Horizont	Azimut(Az)	$0^\circ - 360^\circ$
I. ekvatoriális	Égi egyenlítő	Magasság(m)	$+90^\circ \dots - 90^\circ$
		Óraszög(t)	$0^h - 24^h$
II. ekvatoriális	Égi egyenlítő	Deklináció(δ)	$+90^\circ \dots - 90^\circ$
		Rektaszcenzió(RA, α)	$0^h - 24^h$
Ekliptikai	Ekliptika	Deklináció(D, δ)	$+90^\circ \dots - 90^\circ$
		Ekl. hosszúság (λ)	$0^\circ - 360^\circ$
Galaktikus	Tejút síkja	Ekl. szélesség (β)	$+90^\circ \dots - 90^\circ$
		Gal. hosszúság (l_{II})	$0^\circ - 360^\circ$
Szupergalaktikus	Szupergal. sík	Gal. szélesség (b_{II})	$+90^\circ \dots - 90^\circ$
		Szupergal. hossz. (l_{SG})	$0^\circ - 360^\circ$
		Szupergal. szél. (b_{SG})	$+90^\circ \dots - 90^\circ$

ÁTSZÁMÍTÁS A KOORDINÁTA-RENDSZEREK KÖZÖTT

A HORIZONTALIS ÉS AZ I. EGYENLÍTŐI KR. KÖZÖTT

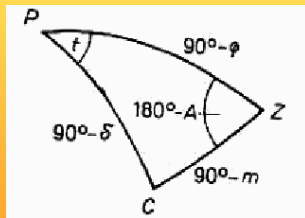


A HORIZONTÁLIS ÉS AZ I. EGYENLÍTŐI KR. KÖZÖTT



- ▶ Kapcsolat a t , δ , A , m és a megfigyelő φ földrajzi szélessége között
- ▶ A keresett összefüggések a megismert trigonometriai formuláknak a PZC gömbháromszögre történő alkalmazásával nyerhetők.
- ▶ A PZC gömbháromszög neve **csillagászati, vagy parallaktikus háromszög**.

A HORIZONTÁLIS ÉS AZ I. EGYENLÍTŐI KR. KÖZÖTT



A szinusz-tételt felírva kapjuk, hogy:

$$\sin PC / \sin CZ = \sin(\angle PZC) / \sin(\angle CPZ),$$

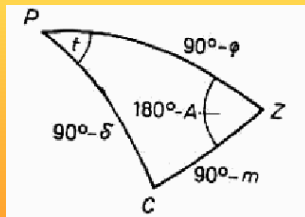
azaz behelyettesítve az oldalak és szögek értékét kapjuk, hogy

$$\sin(90^\circ - \delta) / \sin(90^\circ - m) = \sin(180^\circ - A) / \sin t,$$

mely tovább, szorzattá alakítható

$$\cos \delta \sin t = \cos m \sin A$$

A HORIZONTÁLIS ÉS AZ I. EGYENLÍTŐI KR. KÖZÖTT



A koszinusz tételt írjuk fel a t szöggel szemben fekvő oldalra:

$$\cos(90^\circ - m) =$$

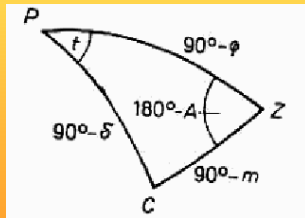
$$\cos(90^\circ - \delta) \cos(90^\circ - \varphi) + \sin(90^\circ - \delta) \sin(90^\circ - \varphi) \cos t,$$

valamint a Z -nél lévő szögre (melynek nagysága $180^\circ - A$):

$$\cos(90^\circ - \delta) =$$

$$\cos(90^\circ - m) \cos(90^\circ - \varphi) + \sin(90^\circ - m) \sin(90^\circ - \varphi) \cos(180^\circ - A)$$

A HORIZONTÁLIS ÉS AZ I. EGYENLÍTŐI KR. KÖZÖTT



A fenti két összefüggést tovább lehet egyszerűsíteni:

$$\sin m = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos t$$

$$\sin \delta = \sin \varphi \cos z - \cos \varphi \sin z \cos A$$

ahol felhasználtuk, hogy $z = 90^\circ - m$.

A HORIZONTÁLIS ÉS AZ I. EGYENLÍTŐI KR. KÖZÖTT

Felhasználva a harmadik összefüggésünket:

$$\sin a \cos \beta = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos \alpha$$

Felírva ezt az összefüggést a fenti háromszögre:

$$\sin(90 - \delta) \cos t =$$

$$\cos(90 - m) \sin(90 - \varphi) - \sin(90 - m) \cos(90 - \varphi) \cos(180 - A)$$

$$\sin(90 - m) \cos(180 - A) =$$

$$\cos(90 - \delta) \sin(90 - \varphi) - \sin(90 - \delta) \cos(90 - \varphi) \cos t$$

Leegyszerűsítve az összefüggéseket:

$$\cos \delta \cos t = \sin m \cos \varphi + \cos m \sin \varphi \cos A$$

$$\cos m \cos A = -\sin \delta \cos \varphi + \cos \delta \sin \varphi \cos t$$

$$\cos m \sin A = \cos \delta \sin t$$

$$\sin m = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos t$$

$$\cos m \cos A = -\sin \delta \cos \varphi + \cos \delta \sin \varphi \cos t$$

$$\cos \delta \sin t = \cos m \sin A$$

$$\sin \delta = \sin \varphi \sin m - \cos \varphi \cos m \cos A$$

$$\cos \delta \cos t = \sin m \cos \varphi + \cos m \sin \varphi \cos A$$

AZ ELSŐ ÉS A MÁSODIK EGYENLÍTŐI KOORDINÁTA-RENDSZER KÖZÖTT

- ❖ Az első koordináta megegyezik:

$$\delta = \delta$$

- ❖ Az óraszög (t) és a rektaszcenzió (α) összege a csillagidő (s):

$$t = s - \alpha$$

A MÁSODIK EGYENLÍTŐI ÉS AZ EKLIPTIKAI KOORDINÁTA-RENDSZER KÖZÖTT

Az elsőhöz teljesen hasonló módon jön ki:

$$\cos \beta \cos \lambda = \cos \delta \cos \alpha$$

$$\sin \beta = \cos \varepsilon \sin \delta - \sin \varepsilon \cos \delta \sin \alpha$$

$$\cos \beta \sin \lambda = \sin \delta \sin \varepsilon + \cos \delta \cos \varepsilon \sin \alpha$$

$$\cos \delta \cos \alpha = \cos \beta \cos \lambda$$

$$\sin \delta = \cos \varepsilon \sin \beta + \sin \varepsilon \cos \beta \sin \lambda$$

$$\cos \delta \sin \alpha = -\sin \beta \sin \varepsilon + \cos \beta \cos \varepsilon \sin \lambda$$